

Liga Zadaniowa - konkurs przedmiotowy z matematyki
Województwo kujawsko-pomorskie

Klasa VI szkoły podstawowej

Zadania przygotowawcze na I spotkanie drugiego etapu w dniu 19 listopada 2020 roku

Tematyka:

1. Podzielność liczb.
 2. Działania na liczbach wymiernych dodatnich.
 3. Podstawowe figury geometryczne i ich pola (bez układu współrzędnych).
-
1. Beczka o pojemności 16 litrów jest wypełniona całkowicie sokiem jabłkowym. Michał posiada dodatkowo dwa puste naczynia, jedno o pojemności 11 litrów, a drugie o pojemności 6 litrów. W jaki sposób, przy pomocy tych trzech naczyń, może on odmierzyć dokładnie 7 litrów soku?
 2. Oblicz: $\frac{\left(2\frac{1}{15} + 3\frac{1}{3}\right) : 1,8}{2\frac{4}{7} + \frac{3}{2} \cdot 1\frac{13}{21}} : 0,3$.
 3. Wyznacz wszystkie liczby naturalne sześciocyfrowe $\overline{472a3b}$ podzielne przez 45.
 4. Dzień 16 listopada 2019 roku wypada w sobotę. Która z poniższych dat wypadnie w sobotę w roku 2020: 28 stycznia, 22 lutego, 31 maja, 6 czerwca, 30 listopada? Określ, w jakie dni tygodnia wypadną pozostałe daty.
 5. Kwadrat $ABCD$ ma pole 900 m^2 . Na boku AB leży punkt W , na boku BC punkt I , na CD punkt L , a na DA punkt K , przy czym długości odcinków AW , BI , CL i DK są równe, a długości odcinków BW , CI , DL i AK są równe i dwa razy mniejsze niż poprzednie. Oblicz pole czworokąta $WILK$.
 6. Iloczyn liczb wyrażających wiek moich dzieci wynosi 4131. Każde z moich dzieci jest starsze od ich dwuletniego kuzyna Jasia. W tej gromadce bliźnięta, Magda i Bartek, nie są najmłodsze. Ile mam dzieci?
 7. Mamy do dyspozycji dwa naczynia: jedno o pojemności 9 litrów, a drugie o pojemności 5 litrów. W jaki sposób można za pomocą tych naczyń odmierzyć 8 litrów wody, czerpiąc wodę z jeziora?
 8. Wyznacz wszystkie liczby naturalne sześciocyfrowe postaci $\overline{347a3b}$, które są podzielne przez 15.
 9. Dnia 7 marca 2018 roku iloczyn numeru dnia i numeru miesiąca był równy $7 \cdot 3 = 21$. Ile razy w roku 2019 zdarzy się data, w której iloczyn numeru dnia i numeru miesiąca będzie wielokrotnością liczby 4?
 10. W prostokącie $STOP$ bok OP ma długość 2018 mm, zaś bok PS długość 1 cm. Wiadomo, że punkt I jest środkiem boku TO , punkt K środkiem boku PS , zaś punkt L środkiem boku ST . Oblicz pole czworokąta $KLIP$.
 11. Liczba naturalna nazywa się *modną*, jeśli zapisana jest przy pomocy **różnych** cyfr, których iloczyn jest równy 5040. Podaj trzy przykłady liczb *modnych* takich, aby żadne dwie z nich nie były utworzone z takich samych zbiorów cyfr. Następnie oblicz różnicę między największą i najmniejszą liczbą *modną*.
 12. Mamy 3 beczki: pierwsza jest pełna wody, a dwie kolejne puste. Jeżeli drugą beczkę wypełnimy wodą przelaną z pierwszej beczki, to w pierwszej beczce zostanie $\frac{3}{5}$ jej zawartości. Jeżeli następnie wypełnimy trzecią beczkę, przelewając wodę z drugiej beczki, to w drugiej zostanie $\frac{1}{6}$ jej zawartości. Gdyby zaś wodę z pierwszej beczki wypełnić obie puste beczki: drugą i trzecią, to w pierwszej zostałyby 320 litrów wody. Jaka jest pojemność każdej z beczek?
 13. Mamy do dyspozycji dwa naczynia: 5-litrowe i 3-litrowe. Jak przy pomocy tych naczyń odmierzyć dokładnie 4 litry wody, czerpiąc wodę z jeziora?
 14. Wyznacz wszystkie liczby naturalne sześciocyfrowe $\overline{21a83b}$ podzielne przez 12.
 15. Jak z wypełnionego mlekiem dzbanka o pojemności 12 litrów odlać 6 litrów mleka, używając tylko dwóch pustych na początku dzbanków o pojemnościach 8 litrów i 5 litrów?
 16. Jak, mając do dyspozycji po jednym naczyniu o pojemnościach 17 i 5, litrów odmierzyć z cysterny 13 litrów wody? Wodę wolno przelewać z cysterny do naczyń, a z naczyń do cysterny lub innego naczynia.

17. Oblicz: a) $\frac{(6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14}) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) : 2,5}$, b) $\frac{1\frac{5}{9} - \frac{11}{30} : 2\frac{5}{14}}{(2\frac{1}{15} + 3\frac{1}{3}) : 1,8}$, c) $\frac{2\frac{5}{8} - \frac{2}{3} \cdot 2\frac{5}{14}}{(3\frac{1}{12} + 4,375) : 19\frac{8}{9}}$, d) $\frac{6\frac{9}{16} - 3\frac{3}{16} : 4\frac{1}{4}}{1\frac{1}{3} + 1,25 - 6,2 \cdot \frac{1}{3}} : 2,25$.

18. Liczba palindromiczna nie zmienia wartości, gdy czytamy ją w przód i wstecz, np. 323, 4224, 32123, 553355. Podaj najmniejszą i największą pięciocyfrową liczbę palindromiczną podzieloną przez 45.

19. Liczby czterocyfrowe o różnych cyfrach, zapisane za pomocą cyfr 0, 1, 2, 9 ustawiamy w porządku rosnącym. Podaj ostatnią liczbę w tym ustawieniu. Na którym miejscu w tym ustawieniu znajduje się liczba 2019?

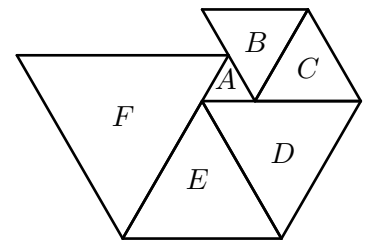
20. W kwadracie o obwodzie 8 cm połączono odcinkami środki pewnych dwóch sąsiednich boków oraz wierzchołek nienależący do tych boków. Jaką część pola kwadratu stanowi pole otrzymanego wewnątrz kwadratu trójkąta ostrokątnego?

21. Wyznacz wszystkie możliwe sumy trzech liczb naturalnych, których iloczyn jest równy 30.

22. Dwa prostokątne ogródki działkowe mają równe pola i przylegają do siebie nawzajem dłuższymi bokami. Ich szerokości to 10 m i 12,5 m, a ich długości różnią się o 4 m. Ile siatki ogrodzeniowej muszą wspólnie kupić właściciele tych ogródków, aby odгородzić się od sąsiadów i od siebie nawzajem?

23. W jaki sposób przy pomocy dwóch naczyń, 7-litrowego i 3-litrowego, odmierzyć z dużego pojemnika z mlekiem 5 litrów mleka?

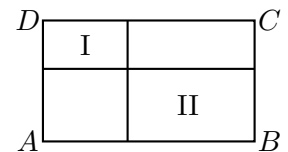
24. Na rysunku przedstawiono układ trójkątów równobocznych A, B, C, D, E, F . Obwód trójkąta A jest równy 3. Obwód trójkąta B jest równy 9. Wyznacz obwód trójkąta F .



25. Liczba naturalna nazywa się nieaktualną, jeśli zapisana jest przy pomocy różnych cyfr i iloczyn tych cyfr równy jest 1680. Podaj cztery takie liczby naturalne, przy czym żadne dwie z nich nie powinny być utworzone z takich samych zbiorów cyfr.

26. Używając jedynie liczb naturalnych zapisanych samymi jedynekami, utwórz sumę mającą jak najmniej składników i równą 7531.

27. W trójkącie ABC o polu 20 cm^2 bok AB ma długość 4 cm. Punkt D leży na boku AB i $|AD| = 1 \text{ cm}$. Obliczyć pole trójkąta DBC .



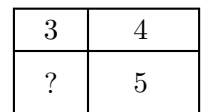
28. Prostokąt $ABCD$ podzielono na cztery prostokąty (rysunek). Obwód prostokąta I jest równy 30 cm, a obwód prostokąta II jest równy 50 cm. Oblicz obwód prostokąta $ABCD$.

29. Badając drzewo genealogiczne swojej rodziny Paweł stwierdził, że jego prababcia urodziła się jeszcze w XIX wieku, w roku którego numer jest liczbą podzieloną przez 24 i mającą sumę cyfr równą 24, a zmarła w XX wieku, w roku, którego numer ma takie same dwie własności. Ile lat żyła prababcia Pawła?

30. Alicja, Beata, Celina i Dorota wybrały się na grzyby. Alicja zebrała trzy razy więcej grzybów od Beaty, Beata trzy razy więcej od Celiny, a Celina trzy razy więcej od Doroty. Wiadomo, że razem mają więcej niż 50, ale mniej niż 100 grzybów. Ile grzybów ma każda z dziewczynek?

31. W pewnym miesiącu trzy czwartki wypadły w dni parzyste. Jaki dzień tygodnia wypadł osiemnastego tego miesiąca?

32. Prostokąt podzielono na cztery mniejsze prostokąty. Pola trzech spośród nich wynoszą odpowiednio 3, 4 i 5 (rysunek). Jakie jest pole czwartego prostokąta?



33. Iloczyn liczb wyrażających wiek moich dzieci wynosi 1664. Najstarsze dziecko jest dwa razy starsze od najmłodszego. Ile mam dzieci?

34. Każda z liter A, B i C oznacza pewną cyfrę. Znajdź te cyfry wiedząc, że $A < B < C$ oraz spełniony jest warunek zapisany obok.

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \\ + \ C \ B \ A \\ \hline 1 \ 5 \ 3 \ 4 \end{array}$$

Uwaga: Dodatkowe zadania przygotowawcze można znaleźć w książce „Liga Zadaniowa” str. 15 - 18 i str. 25 - 27, w książce „Liga Zadaniowa – 30 lat konkursu matematycznego” str. 11 - 12 (zad. 13 - 17), str. 46 - 48 (zad. 228 - 257) oraz w książce „Koło matematyczne w szkole podstawowej”.